

Fonction quadratique (parabole)

Axe de symétrie $x = h$

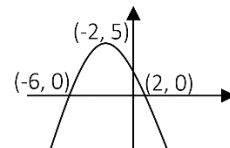
Extremum = k

Sommet

Ordonnée à l'origine

Zéros (Quand $y=0$, $x=?$)

Si $b^2 - 4ac < 0$ il n'y a pas de zéro.
Si $b^2 - 4ac = 0$ il y a un seul zéro.
Si $b^2 - 4ac > 0$ il y a deux zéros.



Générale

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\left(\frac{-b}{2a}, f(h) \right)$$

$x = 0$, effectuer pour trouver y

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En forme factorisée si on connaît y , on cherche x .
Ex : $f(x) = (x-3)(x+4)$ si $y = -2$

- Remplace y
 $-2 = (x-3)(x+4)$
- Effectue et mets $= 0$
 $-2 = x^2 + x - 12$
 $0 = x^2 + x - 10$
- Formule quadratique.

Canonique

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

$$(h, k)$$

$y = 0$, isoler x

$$y = 0, \text{ isoler } x$$

Ex : $f(x) = (x-3)(x+4)$ si $y = -2$

- Remplace y
 $-2 = (x-3)(x+4)$
- Effectue et mets $= 0$
 $-2 = x^2 + x - 12$
 $0 = x^2 + x - 10$
- Formule quadratique.

Factorisée

$$f(x) = a(x-z_1)(x-z_2)$$

$$\left(\frac{z_1 + z_2}{2}, f(h) \right)$$

z_1 et z_2

Dom: \mathbb{R} Ima: $]-\infty, 5]$ Min: \emptyset

Max: 5 Positive: $[-6, 2]$

Négative: $]-\infty, -6] \cup [2, +\infty[$

Croissante: $]-\infty, -2]$

Décroissante: $[-2, +\infty[$

Intervalle

Selon le x
Domaine
Signe (positive-négative)
Variation (croissance-décroissance)

Selon le y
Image

Trouver l'équation (recherche de "a")

Avec un point et le sommet :
Utiliser $f(x) = a(x-h)^2 + k$
Remplacer x , $f(x)$, h et k pour trouver a en l'isolant.

Avec un point et les deux zéros :
Utiliser $f(x) = a(x-z_1)(x-z_2)$
Remplacer x , $f(x)$, z_1 et z_2 pour trouver a en l'isolant.

Attention de ne pas oublier le \pm lorsqu'on applique la racine carrée.

On veut savoir pour quelle(s) valeur(s) de x , $0 \geq f(x)$.
On cherche quand la fonction est plus petite ou égale à 0.

Résoudre une inéquation du deuxième degré à une variable.

- On met inégal à 0.
- On résout l'équation.
- On trace un graphique avec les zéros et le a .
- On détermine l'intervalle.

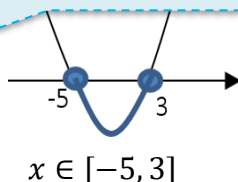
$$8 \geq x^2 + 2x - 7$$

$$0 \geq x^2 + 2x - 15$$

$$0 = x^2 + 2x - 15$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$x = -5 \text{ ou } x = 3$$



Réponses possibles selon le symbole d'inéquation

Si $8 > x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-5, 3[$

Si $8 < x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$

Si $8 \leq x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-\infty, -5] \cup [3, +\infty[$

Fonction affine (droite)

Droites parallèles : même pente $m_1 = m_2$
Droites perpendiculaires : pentes inverses et opposées :

$y = 5$ est une droite horizontale.
 $x = 7$ est une droite verticale.

$y = ?$, quand $x = 0$

$x = ?$, quand $y = 0$

		Pente	Ordonnée à l'origine	Abscisse à l'origine
Fonctionnelle	$y = mx + b$	m	b	$-\frac{b}{m}$
Générale	$Ax + By + C = 0$ Nombres entiers	$-\frac{A}{B}$	$-\frac{C}{B}$	$-\frac{C}{A}$
Symétrique	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	$-\frac{b}{a}$	b	a

Trouver l'équation d'une droite :

Utiliser la forme fonctionnelle :
 $y = mx + b$

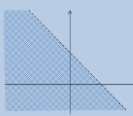
1. Calculer la pente (taux de variation): $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2. Remplacer (x, y) et m dans l'équation $y = mx + b$ et isoler b .

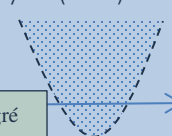
Inéquations à deux variables

1^{er} degré Exemple : $y < -2x + 8$

- Tracer la droite associée :
a) placer 2 points $(0, y)$ et $(x, 0)$
b) Si $>$ ou $<$: ---, si \geq ou \leq : ———
- Tester le point $(0, 0)$ ou un autre pour déterminer de quel côté de la droite se trouve la solution
 $0 < -2(0) + 8 \rightarrow \text{Vrai}$
Le point $(0, 0)$ fait partie de la zone solution.

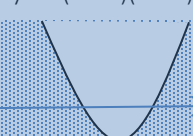


$$y > 2(x-4)^2 - 3$$



2^e degré

$$y \leq 3(x-2)(x+3)$$



Distance entre deux points : $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Exemple : $6x^2 - x - 12$

- Méthode Somme-Produit : $\underline{\quad}x = -72$ et $\underline{\quad} = -1$.
- Remplacer le deuxième terme du milieu par ces nombres.
- Faire la double mise en évidence.

EX : -9 et 8

$$6x^2 - 9x + 8x - 12$$

$$(6x^2 - 9x) + (8x - 12)$$

$$3x(2x - 3) + 4(2x - 3)$$

$$(3x + 4)(2x - 3)$$

Trinôme

Cas T₂

Factorisation

Algèbre et factorisation

Division

$$\begin{array}{r} 12x^2 + 10x - 7 \quad | \quad 3x + 4 \\ - (12x^2 + 16x) \quad | \quad 4x - 2 + (1/(3x+4)) \\ \hline -6x - 7 \\ - (-6x - 8) \\ \hline 1 \end{array}$$

Résoudre une équation du deuxième degré

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ex : $12 - 3x = 4x^2 - 5$

- Rendre un côté à zéro. $0 = 4x^2 + 3x - 17$
- Utiliser la formule quadratique ou factoriser pour trouver les valeurs de x .
- On trouve 0, 1 ou 2 valeurs de x .

Double mise en évidence

- Regrouper les termes ayant des facteurs en commun. $3xy + 4x - 12y - 16$
 $(3xy + 4x) + (-12y - 16)$
- Faire la mise en évidence simple. $x(3y + 4) - 4(3y + 4)$
- Faire la mise en évidence des $()$ $(3y + 4)(x - 4)$

\times ou \div

Opérations sur les fractions algébriques

- Si c'est une division inverser la fraction diviseur.
- Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
- Faire les restrictions sur les dénominateurs (et sur le numérateur du diviseur si c'est une division).
- Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur (s'il y a lieu).
- Effectuer le numérateur et le dénominateur.

$$\text{Ex : } \frac{x^2 - 4}{2x + 4} \div \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)} \times \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{x-2}{2x+4}$$

Restrictions $x \neq -2, x \neq 1$

Les restrictions s'appliquent à 3 endroits pour la division.

Trinôme carré parfait

$$x^2 - 14x + 49$$

$$(x - 7)^2$$

Différence de carrés

$$x^2 - 49$$

$$(+) (-)$$

$$(x + 7)(x - 7)$$

- Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
- Faire les restrictions sur les dénominateurs
- Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur de chacune des fractions (s'il y a lieu).
- Trouver un dénominateur commun.
- Multiplier en haut et en bas de chacune des fractions par le ou les facteurs qui les amènent au dénominateur commun.
- Additionner ou soustraire les numérateurs en GARDANT le dénominateur jusqu'à la fin.
- Effectuer le numérateur et le dénominateur.

$$\text{Ex : } \frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{x^2+6x+8} = \frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2)}{(x+4)(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2) - (x+1)}{(x+4)(x+2)} = \frac{3x+6-x-1}{(x+4)(x+2)} = \frac{2x+5}{(x+4)(x+2)}$$

Restrictions $x \neq -2, x \neq -4$

Loi des cosinus

Trigonométrie

Loi des sinus

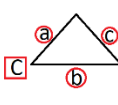
SOHCAHTOA

Aire

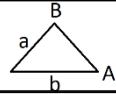
CAC : je cherche le côté c
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



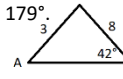
CCC : je cherche l'angle C
 $\frac{c^2 - a^2 - b^2}{(-2ab)} = \cos C$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$



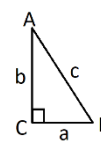
L'angle obtus est possible si on cherche un angle opposé à un plus grand côté. $\sin 1^\circ = \sin 179^\circ$.
 Pour le calculer : $(180^\circ - \text{l'angle trouvé})$.



$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{a}{b}$$



$$\text{Aire} = \frac{1}{2} bc \sin A$$

Formule de Héron
 $\text{Aire} = \sqrt{\rho(\rho-a)(\rho-b)(\rho-c)}$
 ρ : demi-périmètre

Système d'équations : droite-droite

Méthode réduction

Système d'équations : droite-parabole

Méthode comparaison

On isole la même variable dans les deux équations

$$\begin{cases} y = 5x + 1 \\ y = 3x + 4 \end{cases} \Rightarrow$$

On a une équation à une inconnue, on isole la variable. $5x + 1 = 3x + 4$

$$2x + 1 = 4$$

$$2x = 3$$

$$x = 1,5$$

On trouve l'autre variable en remplaçant : $y = 5(1,5) + 1$

Méthode substitution

On isole une variable dans une équation $y = 3x + 2$

On substitue dans l'autre équation et on isole la variable.
 $2x + 4(3x + 2) = 1$

$$14x + 8 = 1$$

$$14x = -7$$

$$x = -0,5$$

On trouve l'autre variable en remplaçant : $y = 3(-0,5) + 2$

Variables d'un côté constante de l'autre. Les coefficients de la même variable doivent être égaux ou opposés. On additionne ou on soustrait pour trouver une équation à une inconnue.

$$\begin{cases} x - 2y = -2 & \times -2 \\ -2x + 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{matrix} x - 2y = -2 \\ -2x + 4y = 4 \\ \hline 3y = 9 \end{matrix}$$

On trouve l'autre variable en remplaçant : $2x - (3) = 5$
 Solution (4, 3)

Méthode comparaison ou substitution

$$\begin{cases} y = 2(x-3)^2 + 1 \\ y = 2x + 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$2(x-3)^2 + 1 = 2x + 7$$

$$2(x^2 - 6x + 9) + 1 = 2x + 7$$

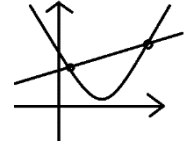
$$2x^2 - 12x + 18 + 1 = 2x + 7$$

$$\frac{2x^2 - 14x + 12}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{2} = 1 \text{ et } 6$$



Trouver les y à partir de la droite
 $y = 2(1) + 7 = 9$
 $y = 2(6) + 7 = 19$
 Solutions : (1, 9) et (6, 19)

Preuves : triangles congrus et semblables



Triangles isométriques (congrus) / Cas d'isométrie : CCC – CAC – ACA
 Triangles semblables / Cas de similitude : CCC – CAC – AA

Quelques justifications pertinentes...

1. Le rapport des côtés homologues de triangles semblables est toujours le même.
2. Les côtés homologues de triangles congrus sont congrus.
3. Les angles homologues de triangles congrus et semblables sont congrus.

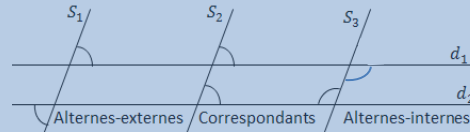
Médiatrice : droite perpendiculaire à un segment et qui passe par son milieu. Tous les points se trouvant sur la médiatrice sont à égale distance des deux extrémités du segment.

Médiane d'un triangle : segment qui relie un sommet et le milieu du côté opposé.

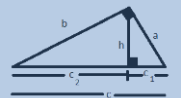
Bissectrice : partage un angle en deux angles congrus.

Hauteur d'un triangle : segment qui relie un sommet et le côté opposé à 90° .

Des angles ... formés par les parallèles d_1 et d_2 et la sécante S sont congrus.



Relations métriques



Équivalents : Solides (même volume), figures planes (même aire)

	Volume	Aire Latérale	Aire Totale
Prisme + cylindre	$A_B \times h$	$P_B \times h$	$A_L + 2A_B$
Pyramide + cône	$\frac{A_B \times h}{3}$	$\frac{P_B \times a}{2}$	$A_L + A_B$
Sphère	$\frac{4\pi r^3}{3}$	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$

$$V_{\text{cube}} = c^3$$

$$A_{\text{cube}} = 4c^2$$

$$A_{\text{cube}} = 6c^2$$

$$A_{\text{cercle}} = \pi r^2$$

$$C_{\text{cercle}} = 2\pi r$$

Figures et solides semblables

k : Rapport de similitude
k² : rapport des aires
k³ : rapport des volumes k³

Théorème de Thalès : Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{c+d}$$

$$h^2 = c_1 \cdot c_2$$

$$a^2 = c_1 \cdot c$$

$$b^2 = c_2 \cdot c$$

$$ab = hc$$

Paramètres a, b, h, k

Corrélation

Coefficient de corrélation:

$$r = \pm \left(1 - \frac{\text{Mesure du petit côté}}{\text{Mesure du grand côté}} \right)$$

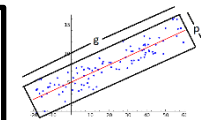
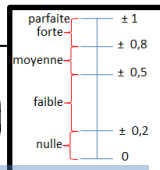
Droite de régression :

Droite de Mayer

- 1 - Mettre les données en ordre croissant.
- 2 - Faire deux groupes équipotents (au besoin la donnée du milieu est dans chaque groupe).
- 3 - Pour chacun des groupes on fait la moyenne des x et la moyenne des y (afin de trouver P1 et P2).
- 4 - Trouve la règle à partir de ces deux points.

Droite Médiane-médiane

- 1 - Mettre les données en ordre croissant.
- 2 - Séparer en trois groupes le plus équipotents possible, mais le 1^{er} et le 3^e DOIVENT être équipotents et celui du milieu a au plus 1 donnée de différence avec les 2 autres.
- 3 - Trouve les coordonnées des points médians de chaque groupe (M_1, M_2, M_3). (la médiane de x et des y de chaque groupe est indépendante. 4 - Trouve le taux de variation entre M_1 et M_3 .
- 5 - Trouve les coordonnées du point P, le point moyen entre M_1, M_2, M_3 .
- 6 - Trouve l'équation de la droite avec ce taux de variation et le point P trouvé.



Unité statistique : chaque individu ou objet sur lequel porte l'étude

Caractère à l'étude : variables observées

Sens de la corrélation : positif (croissante), négatif (décroissante) et nulle

Intensité de la corrélation : Nulle à parfaite

Tableau à double entrée

Exemple de corrélation positive et faible.

Température pour ouvrir les yeux (en degrés)	[80, 90]	[90, 92]	[92, 100]	[100, 110]	[110, 120]	[120, 140]
[4, 5, 6]	1	2	1	0	0	0
[5, 6, 7]	2	3	3	2	2	0
[6, 7, 8]	2	2	1	2	2	1
[7, 8, 9]	1	1	1	3	2	1
[8, 9, 10]	0	2	2	2	2	2
[9, 10, 11]	0	1	2	1	5	1