

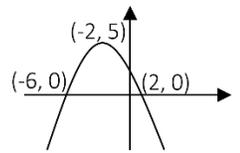
Fonction quadratique (parabole)

Axe de symétrie $x = h$

Extremum = k

| | Sommet | Ordonnée à l'origine | Zéros (Quand $y=0, x=?$) |
|-------------------|--|--------------------------------------|--|
| Générale | $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\left(\frac{-b}{2a}, f(h)\right)$ | $x = 0$, effectuer pour trouver y | $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |
| Canonique | $f(x) = a(x-h)^2 + k$ (h, k) | | $y = 0$, isoler x |
| Factorisée | $f(x) = a(x-z_1)(x-z_2)$ $\left(\frac{z_1+z_2}{2}, f(h)\right)$ | | z_1 et z_2 |

Si $b^2 - 4ac < 0$ il n'y a pas de zéro.
Si $b^2 - 4ac = 0$ il y a un seul zéro.
Si $b^2 - 4ac > 0$ il y a deux zéros.



En forme factorisée si on connaît y, on cherche x.

- Ex : $f(x) = (x-3)(x+4)$ si $y = -2$
- Remplacer y
 $-2 = (x-3)(x+4)$
 - Effectuer et mettre = 0
 $-2 = x^2 + x - 12$
 $0 = x^2 + x - 10$
 - Formule quadratique.

Dom: \mathbb{R} Ima: $]-\infty, 5]$ Min: \emptyset
Max: 5 Positive: $[-6, 2]$
Négative: $]-\infty, -6] \cup [2, +\infty[$
Croissante: $]-\infty, -2]$
Décroissante: $[-2, +\infty[$

Trouver l'équation (recherche de "a")

Avec un point et le sommet : Utiliser $f(x) = a(x-h)^2 + k$
Remplacer $x, f(x), h$ et k pour trouver a en l'isolant.

Avec un point et les deux zéros : Utiliser $f(x) = a(x-z_1)(x-z_2)$
Remplacer $x, f(x), z_1$ et z_2 pour trouver a en l'isolant.

Attention de ne pas oublier le \pm lorsqu'on applique la racine carrée.

On veut savoir pour quelle(s) valeur(s) de $x, 0 \geq f(x)$.
On cherche quand la fonction est plus petite ou égale à 0.

Résoudre une inéquation du deuxième degré à une variable.

- On met inégal à 0.
- On résout l'équation.
- On trace un graphique avec les zéros et le a.
- On détermine l'intervalle.

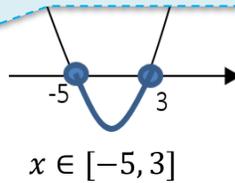
$$8 \geq x^2 + 2x - 7$$

$$0 \geq x^2 + 2x - 15$$

$$0 = x^2 + 2x - 15$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$x = -5 \text{ ou } x = 3$$



Réponses possibles selon le symbole d'inéquation

Si $8 > x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-5, 3[$

Si $8 < x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$

Si $8 \leq x^2 + 2x - 7$, alors $x \in]-\infty, -5] \cup [3, +\infty[$

Fonction affine (droite)

Droites parallèles : même pente $m_1 = m_2$
Droites perpendiculaires : pentes inverses et opposées :

$y = 5$ est une droite horizontale.
 $x = 7$ est une droite verticale.

$y = ?$, quand $x = 0$

$x = ?$, quand $y = 0$

| | | Pente | Ordonnée à l'origine | Abscisse à l'origine |
|---------------|--------------------------------------|----------------|----------------------|----------------------|
| Fonctionnelle | $y = mx + b$ | m | b | $-\frac{b}{m}$ |
| Générale | $Ax + By + C = 0$ Nombres entiers | $-\frac{A}{B}$ | $-\frac{C}{B}$ | $-\frac{C}{A}$ |
| Symétrique | $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ | $-\frac{b}{a}$ | b | a |

Trouver l'équation d'une droite :

Utiliser la forme fonctionnelle : $y = mx + b$

1. Calculer la pente (taux de variation) :

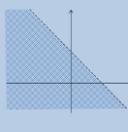
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2. Remplacer (x, y) et m dans l'équation $y = mx + b$ et isoler b .

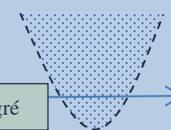
Inéquations à deux variables

1^{er} degré Exemple : $y < -2x + 8$

- Tracer la droite associée :
 - placer 2 points $(0, y)$ et $(x, 0)$
 - Si $>$ ou $<$: ---, si \geq ou \leq : ———
- Tester le point $(0, 0)$ ou un autre pour déterminer de quel côté de la droite se trouve la solution
 $0 < -2(0) + 8 \rightarrow$ Vrai
Le point $(0, 0)$ fait partie de la zone solution.

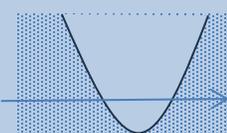


$$y > 2(x-4)^2 - 3$$



2^e degré

$$y \leq 3(x-2)(x+3)$$



Distance entre deux points : $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Exemple : $6x^2 - x - 12$

- Méthode Somme-Produit : $\underline{\quad} \times \underline{\quad} = -72$ et $\underline{\quad} + \underline{\quad} = -1$.
- Remplacer le deuxième terme du milieu par ces nombres.
- Faire la double mise en évidence.

EX : -9 et 8

$$6x^2 - 9x + 8x - 12$$

$$(6x^2 - 9x) + (8x - 12)$$

$$3x(2x - 3) + 4(2x - 3)$$

$$(3x + 4)(2x - 3)$$

Trinôme

Cas T_2

Algèbre et factorisation

Division

$$\begin{array}{r} 12x^2 + 10x - 7 \quad | \quad 3x + 4 \\ - (12x^2 + 16x) \quad | \quad 4x - 2 + (1/(3x+4)) \\ \hline -6x - 7 \\ - (-6x - 8) \\ \hline 1 \end{array}$$

Résoudre une équation du deuxième degré

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ex : $12 - 3x = 4x^2 - 5$

- Rendre un côté à zéro. $0 = 4x^2 + 3x - 17$
- Utiliser la formule quadratique ou factoriser pour trouver les valeurs de x .
- On trouve 0, 1 ou 2 valeurs de x .

Double mise en évidence

- Regrouper les termes ayant des facteurs en commun. $3xy + 4x - 12y - 16$
 $(3xy + 4x) + (-12y - 16)$
- Faire la mise en évidence simple. $x(3y + 4) - 4(3y + 4)$
- Faire la mise en évidence des () $(3y + 4)(x - 4)$

\times ou \div

Opérations sur les fractions algébriques

- Si c'est une division inverser la fraction diviseur.
- Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
- Faire les restrictions sur les dénominateurs (et sur le numérateur du diviseur si c'est une division).
- Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur (s'il y a lieu).
- Effectuer le numérateur et le dénominateur.

$$\text{Ex : } \frac{x^2-4}{2x+4} \div \frac{x^2+x-2}{x-1} = \frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)} \times \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{x-2}{2x+4}$$

Restrictions $x \neq -2, x \neq 1$

Les restrictions s'appliquent à 3 endroits pour la division.

Trinôme carré parfait

$$x^2 - 14x + 49$$

$$(x - 7)^2$$

Différence de carrés

$$x^2 - 49$$

$$(+)(-)$$

$$(x + 7)(x - 7)$$

- Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
- Faire les restrictions sur les dénominateurs
- Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur de chacune des fractions (s'il y a lieu).
- Trouver un dénominateur commun.
- Multiplier en haut et en bas de chacune des fractions par le ou les facteurs qui les amènent au dénominateur commun.
- Additionner ou soustraire les numérateurs en GARDANT le dénominateur jusqu'à la fin.
- Effectuer le numérateur et le dénominateur.

$$\text{Ex : } \frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{x^2+6x+8} = \frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2)}{(x+4)(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2) - (x+1)}{(x+4)(x+2)} = \frac{3x+6-x-1}{(x+4)(x+2)} = \frac{2x+5}{(x+4)(x+2)}$$

Restrictions $x \neq -2, x \neq -4$

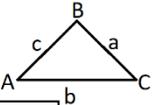
Loi des cosinus

Trigonométrie

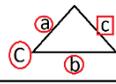
Loi des sinus

SOHCAHTOA

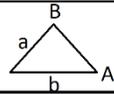
Aire



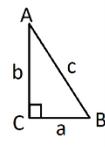
CAC : je cherche le côté c
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$



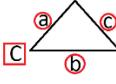
$\sin A = \frac{a}{c}$
 $\cos A = \frac{b}{c}$
 $\tan A = \frac{a}{b}$



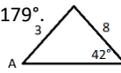
Aire = $\frac{1}{2}bc \sin A$

Formule de Héron
 Aire = $\sqrt{\rho(\rho-a)(\rho-b)(\rho-c)}$
 ρ : demi-périmètre

CCC : je cherche l'angle C
 $\frac{c^2 - a^2 - b^2}{(-2ab)} = \cos C$



L'angle obtus est possible si on cherche un angle opposé à un plus grand côté. $\sin 1^\circ = \sin 179^\circ$.
 Pour le calculer : $(180^\circ - \text{l'angle trouvé})$.



Système d'équations : droite-droite

Méthode réduction

Système d'équations : droite-parabole

Méthode comparaison

Méthode substitution

Variables d'un côté constante de l'autre. Les coefficients de la même variable doivent être égaux ou opposés. On additionne ou on soustrait pour trouver une équation à une inconnue.

Méthode comparaison ou substitution

On isole la même variable dans les deux équations

$$\left(\begin{array}{l} y = 5x + 1 \\ y = 3x + 4 \end{array} \right) =$$

On a une équation à une inconnue, on isole la variable.

$$\begin{aligned} 5x + 1 &= 3x + 4 \\ 2x + 1 &= 4 \\ 2x &= 3 \\ x &= 1,5 \end{aligned}$$

On trouve l'autre variable en remplaçant : $y = 5(1,5) + 1$

On isole une variable dans une équation

$$y = 3x + 2$$

On substitue dans l'autre équation et on isole la variable.

$$\begin{aligned} 2x + 4(3x + 2) &= 1 \\ 2x + 12x + 8 &= 1 \\ 14x + 8 &= 1 \\ 14x &= -7 \\ x &= -0,5 \end{aligned}$$

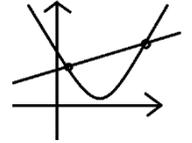
On trouve l'autre variable en remplaçant : $y = 3(-0,5) + 2$

$$\begin{aligned} (x - 2y = -2) \times -2 & \quad -2x + 4y = 4 \\ 2x - y = 5 & \quad \quad \quad 2x - y = 5 \\ \hline & \quad \quad \quad 3y = 9 \\ & \quad \quad \quad y = 3 \end{aligned}$$

On trouve l'autre variable en remplaçant : $2x - (3) = 5$
 Solution (4, 3)

$$\left(\begin{array}{l} y = 2(x - 3)^2 + 1 \\ y = 2x + 7 \end{array} \right) =$$

$$\begin{aligned} 2(x - 3)^2 + 1 &= 2x + 7 \\ 2(x^2 - 6x + 9) + 1 &= 2x + 7 \\ 2x^2 - 12x + 18 + 1 &= 2x + 7 \\ 2x^2 - 14x + 12 &= 0 \\ x^2 - 7x + 6 &= 0 \\ x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(7)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} \\ x &= \frac{7 \pm 5}{2} = 1 \text{ et } 6 \end{aligned}$$



Trouver les y à partir de la droite
 $y = 2(1) + 7 = 9$
 $y = 2(6) + 7 = 19$
 Solutions : (1, 9) et (6, 19)

Preuves : triangles congrus et semblables



Triangles isométriques (congrus) / Cas d'isométrie : CCC – CAC – ACA
 Triangles semblables / Cas de similitude : CCC – CAC – AA

Quelques justifications pertinentes...

1. Le rapport des côtés homologues de triangles semblables est toujours le même.
2. Les côtés homologues de triangles congrus sont congrus.
3. Les angles homologues de triangles congrus et semblables sont congrus.

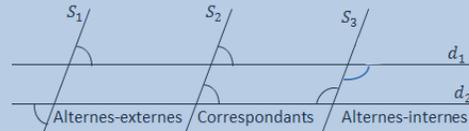
Médiatrice : droite perpendiculaire à un segment et qui passe par son milieu. Tous les points se trouvant sur la médiatrice sont à égale distance des deux extrémités du segment.

Médiane d'un triangle : segment qui relie un sommet et le milieu du côté opposé.

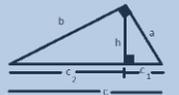
Bissectrice : partage un angle en deux angles congrus.

Hauteur d'un triangle : segment qui relie un sommet et le côté opposé à 90°.

Des angles ... formés par les parallèles d_1 et d_2 et la sécante S sont congrus.



Relations métriques



Équivalents : Solides (même volume), figures planes (même aire)

| | Volume | Aire Latérale | Aire Totale |
|-------------------|--------------------------|--------------------------|--------------|
| Prisme + cylindre | $A_B \times h$ | $P_B \times h$ | $A_L + 2A_B$ |
| Pyramide + cône | $\frac{A_B \times h}{3}$ | $\frac{P_B \times a}{2}$ | $A_L + A_B$ |
| Sphère | $\frac{4\pi r^3}{3}$ | $4\pi r^2$ | $4\pi r^2$ |

$V_{cube} = c^3$
 $A_{cube} = 4c^2$
 $A_{cube} = 6c^2$
 $A_{cercle} = \pi r^2$
 $C_{cercle} = 2\pi r$

Figures et solides semblables
 k : Rapport de similitude
 k^2 : rapport des aires
 k^3 : rapport des volumes k^3

Théorème de Thalès : Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.



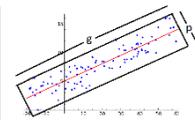
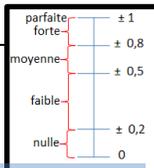
$h^2 = c_1 \cdot c_2$
 $a^2 = c_1 \cdot c$
 $b^2 = c_2 \cdot c$
 $ab = hc$

Paramètres a, b, h, k

Corrélation

Coefficient de corrélation:

$$r = \pm \left(1 - \frac{\text{Mesure du petit côté}}{\text{Mesure du grand côté}} \right)$$



Unité statistique : chaque individu ou objet sur lequel porte l'étude

Caractère à l'étude : variables observées

Sens de la corrélation : positif (croissante), négatif (décroissante) et nulle

Intensité de la corrélation : Nulle à parfaite

Tableau à double entrée Exemple de corrélation positive et faible.

| Tempo mis pour ouvrir (secondes) | 100, 101 | 100, 92 | 102, 108 | 110, 110 | 118, 120 | 128, 145 |
|----------------------------------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|
| 10,5-10,8 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 10,5-11,1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 0 |
| 10,5-11,4 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 10,5-11,7 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| 10,5-12,0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 10,5-12,3 | 0 | 1 | 2 | 1 | 5 | 1 |

Dans une fonction de base, $a = 1, b = 1, h = 0$ et $k = 0$. Lorsque $|a| > 1$, la fonction de base subit un étirement vertical; $0 < |a| < 1$, rétrécissement vertical; $a < 0$, réflexion par rapport à l'axe des x; $|b| > 1$, rétrécissement horizontal; $0 < |b| < 1$, allongement horizontal; $b < 0$, réflexion par rapport à l'axe des y; $h > 0$, translation vers la droite; $h < 0$: translation vers la gauche; $k > 0$, translation vers le haut; $k < 0$, translation vers le bas.

$g(x) = a(b(x-h))^2 + k$
 $g(x) = a \sin(b(x-h)) + k$
 $g(x) = \frac{a}{b(x-h)} + k$
 $g(x) = a c^{b(x-h)} + k$
 $g(x) = a|b(x-h)| + k$
 $g(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$

Fonction partie entière

$$f(x) = a[b(x-h)] + k$$

Longueur de la marche : $\left| \frac{1}{b} \right|$

Longueur de la contremarche : $|a|$
 (h, k) : point fermé

Si b est négatif : le segment va vers la gauche

Si b est positif : le segment va vers la droite

Si a et b ont le même signe : croissant

Si a et b sont de signes opposés : décroissant

